MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE	BACCALAUREAT 2008 ×	DUREE : 4 H
OFFICE DU BACCALAUREAT	MATHEMATIQUES	Coef : 3
	SERIE D	

Session Normale

Exercice 1 (4 pts)

Dans le plan complexe, on donne les quatre points A, B , C , et D d'affixes respectives : $Z_A = -2$ · $Z_B = 1 - 3i$; $Z_C = 5 + 5i$; $Z_D = 2 + 4i$.

1. Soit S la similitude plane directe qui à tout point M d'affixe z, fait correspondre le point M' d' $z' = 3iz + 13 - 9i$.

a/ Donner les éléments caractéristiques de cette similitude (0, 7

b/ Quelle est l'image par S du point C ? du point D ?. (0,

c/ Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{S(C)\,S(D)}$ sont orthogonaux. (0, 2

2. Soit R la similitude plane directe qui transforme B en C et D en A.

a/ Trouver la relation liant l'affixe z' d'un point M et l'affixe z' de son image R(M). (0, 5

b/ Donner les éléments caractéristiques de cette similitude (on appellera J le point invariant). Mo que les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CA}$ sont orthogonaux. (1

c/ Que représente le point D pour le triangle ABC ? (0, 5

3. Montrer que J est un point de la droite (AB). Donner une mesure (en radian) de l'angle des vect $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$. (0, 5

Exercice 2 (4 pts)

Une urne contient des boules noires et des boules rouges. Chaque boule noire porte un nombre entie trois chiffres multiple de 179. Chaque boule rouge porte un nombre entier de trois chiffres multipl 59. Ces boules sont indiscernables au toucher.

1. Trouver le nombre maximal de boules de chaque couleur dans l'urne. (On pourra utiliser les su arithmétiques). (1

2. On suppose que l'urne contient cinq boules noires et quinze boules rouges. On considère le jeu suiva

La mise est de 200 F pour chaque partie. Le joueur tire une boule de l'urne :

- Si elle est noire, on lui donne 500 F et la partie est terminée.
- Si elle est rouge, il la remet dans l'urne et procède à un second tirage.
- Si la seconde boule tirée est noire, on lui donne 300 F et la partie est terminée.
- Si la deuxième boule tirée est rouge, il la remet dans l'urne et procède à un troisième et dern tirage.
- Si la troisième boule tirée est noire, on lui donne 100 F.
- Si la troisième boule tirée est rouge il n'a rien.

Problème : (12 pts)

A. On considère les fonctions numériques f_m de la variable réelle x définies par :
$f_m(x) = e^x - m(x+1)$ où m est un paramètre réel. On désigne par (C_m) la courbe représentative de f_m dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, (unité = 2 cm).

1. Etudier les variations de la fonction f_1 et tracer avec soin sa représentation graphique (C_1). On précisera l'asymptote à la courbe (C_1). (1,5 pt

2. Soit la droite (Δ_1) d'équation $y = -x-1$. Calculer en centimètres carrés, l'aire $A(\alpha)$ de la portion du plan limitée par la courbe (C_1), la droite (Δ_1) et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \alpha$ (où α est un réel négatif) . Etudier la limite $A(\alpha)$ quand α tend vers $-\infty$. (0,75 pt

3. Pour tout entier naturel n, on désigne par D_n le domaine limité par la droite (Δ_1), la courbe (C_1) et les droites d équation $x = -n-1$ et $x = -n$.
   a. Calculer en centimètres carrés l'aire A_n du domaine D_n. Montrer que la suite des réels A_n est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme A_0 et la raison. (1pt
   b. Calculer $S_n = A_0 + A_1 + A_2 + \ldots\ldots + A_n$. En déduire la limite de S_n lorsque n tend vers $+\infty$. (0,75 p

4. Etudier, suivant les valeurs du paramètre m, les variations de f_m. On précisera les limites de f_m aux bornes de son ensemble de définition. (2 pts

* 5. Montrer que toutes les courbes (C_m) passent par un point B dont les coordonnées sont indépendantes de m. (0,25 p

6. Montrer que la droite (Δ_m) d équation $y = -mx - m$ est asymptote à la courbe (C_m) et déterminer la position de cette courbe par rapport à (Δ_m). (0,5 p

B. A tout point M du plan P d'affixe z, $(z = x + iy)$, on associe, par une application T, le point M'd'affixe z', $(z' = x' + iy')$:

$$T: \begin{array}{l} P \to P \\ M \mapsto M' \end{array} \quad \text{et} \quad z' = (1-i)z + 1 + i.$$

1. Quelle est la nature de la transformation T ? Déterminer ses éléments caractéristiques. (1 pt

2. Définir analytiquement la transformation T. (0,5 p

3. M étant un point de la courbe (C_1), déterminer en fonction de x, abscisse du point M, les coordonnées du point M' transformé de M par T. (0,5 p

* 4. Déterminer l'ensemble (γ), image par T de la courbe (C_1). (0,5 p

C. On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie par : $g(x) = x - \ln(x^2)$.

1. Etudier les variations de g et tracer sa courbe représentative (Γ) dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. Préciser les branches infinies de la courbe (Γ). (2 pts

2. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution dont on donnera un encadrement d'amplitude 10^{-1}. (0,5 p

3. Tracer la courbe (γ) dans le même repère que (Γ). (On pourra utiliser une autre couleur) (0,25 p